



阿基米德的得意之作

球體積與球面積

陳永平 電機博士

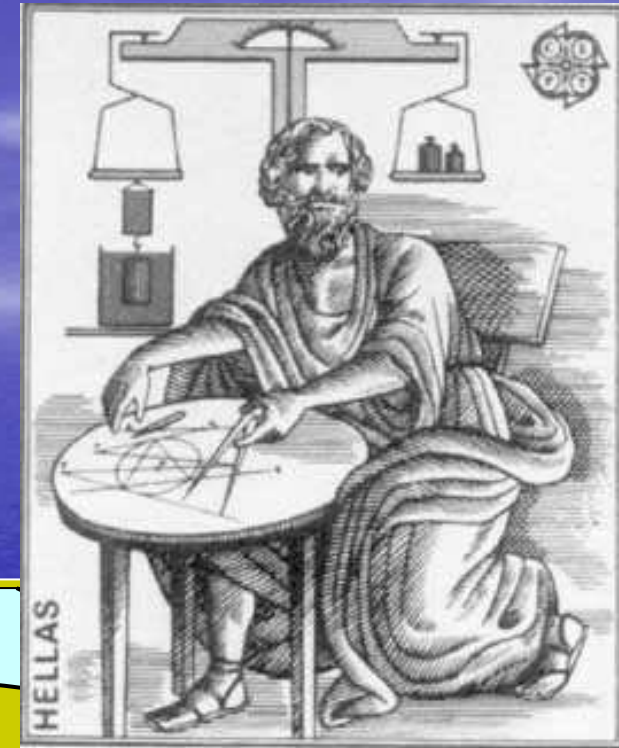
國立交通大學電機系教授
國立交通大學榮譽教學教師
科技與社會中心執行委員
新竹凸透透志工團召集人

猜一猜

- 阿基米德如果到過中國，那是什麼朝代？
- 什麼樣的教育造就阿基米德的成就？
- 阿基米德如何用槓桿原理求球體積？
- 還有誰研究過球體積？用什麼方法？
- 阿積米德如何用微積分的觀念求球面積？
- 球面積有什麼應用？

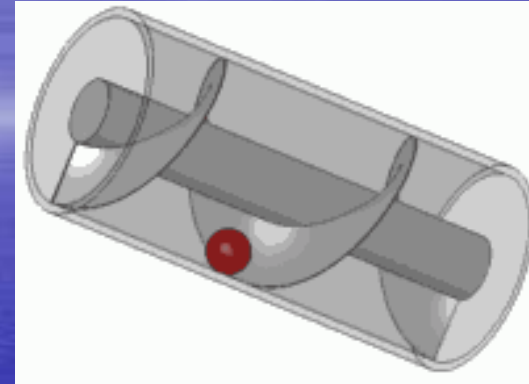
阿基米德的年代

- 阿基米德(前287—前212)生於西西里島敘拉古
- 古希臘哲學家、數學家、物理學家、科學家



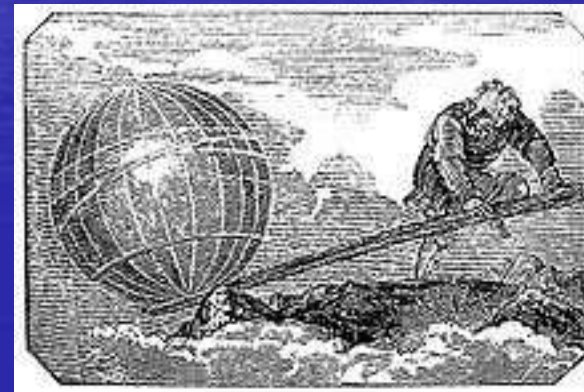
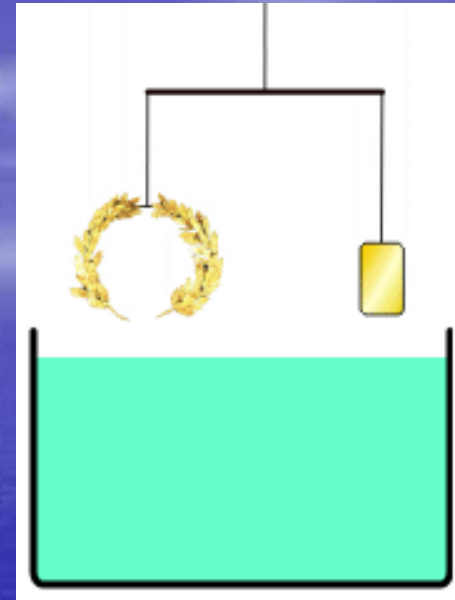
阿基米德的年代

- 到過埃及亞歷山卓
- 發明螺旋抽水機



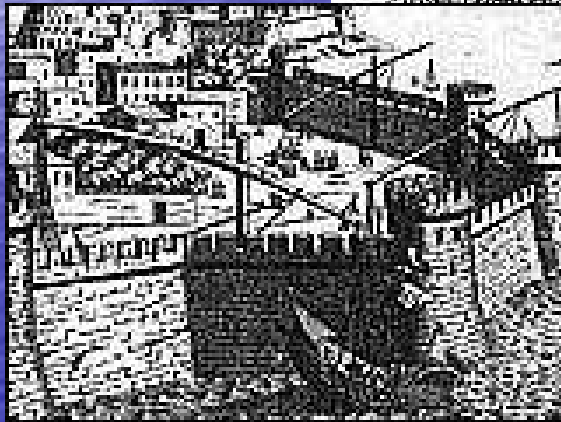
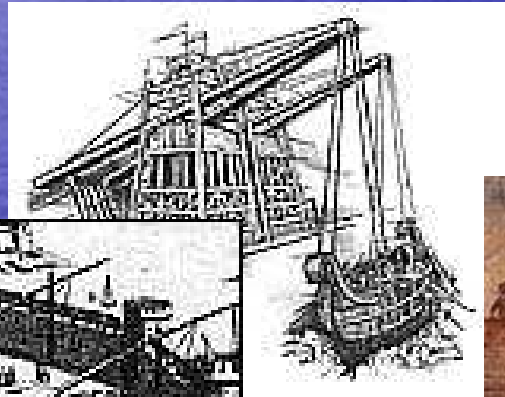
阿基米德的年代

- 對物理學與數學影響深遠
- 真假王冠，浮力原理，槓桿原理
- 史上三大數學家之首
(阿基米德、牛頓、高斯)



阿基米德的年代

- 第二次布匿戰爭
- 死於羅馬士兵之手

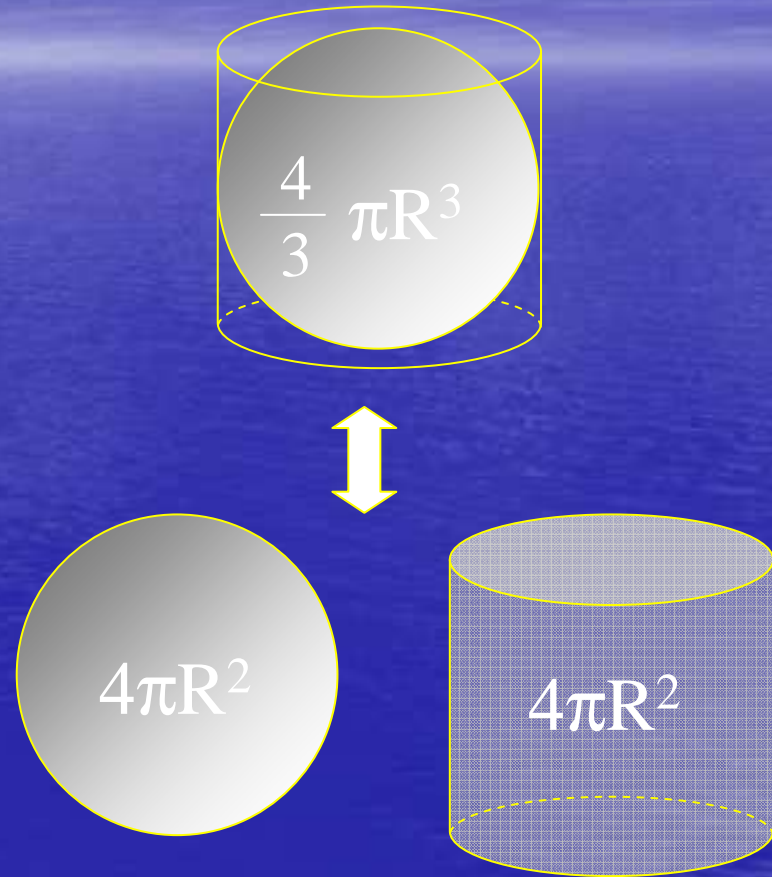


阿基米德的年代

- 阿基米德墓碑上的圖案

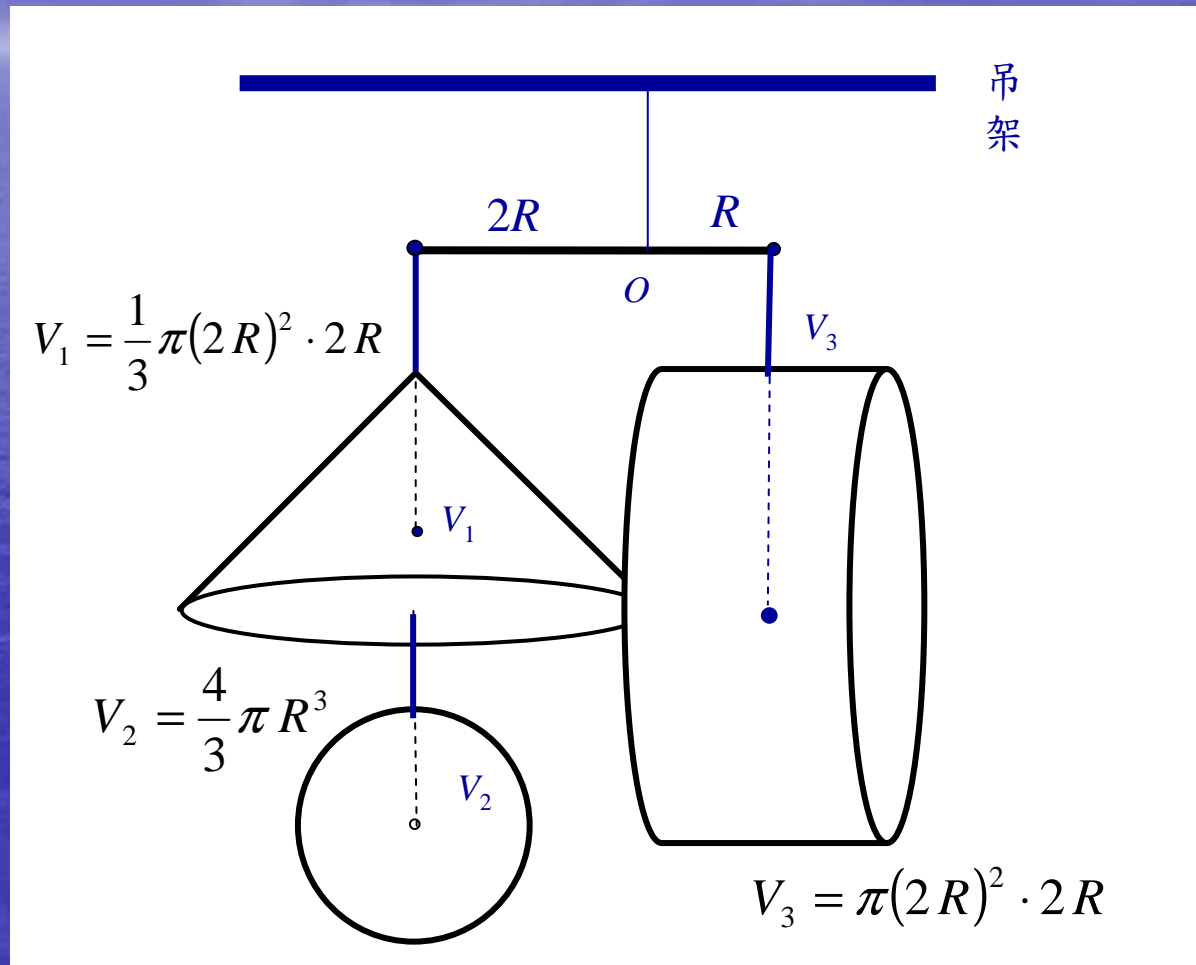
$$\text{球體積} = \frac{2}{3} \text{圓柱體積}$$

$$\text{球面積} = \text{圓柱側面積}$$



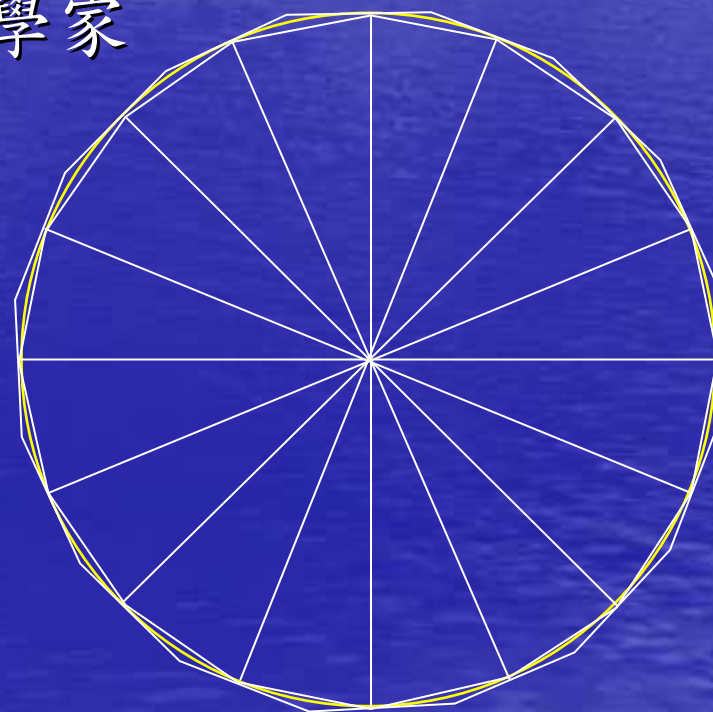
阿基米德的球體積

- 槓桿原理



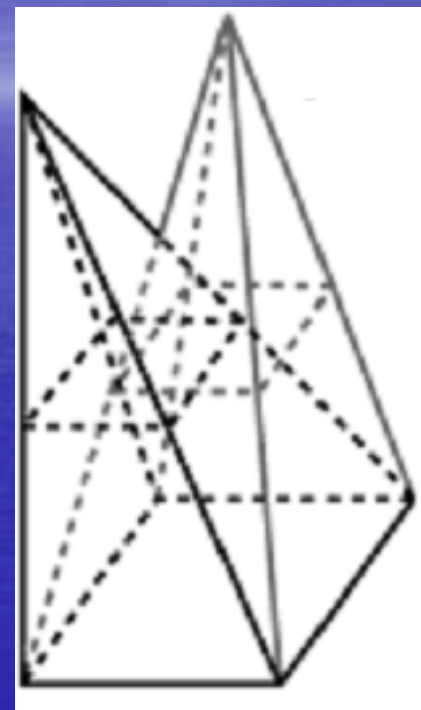
祖暅的球體積

- 祖暅又名祖暅之，祖沖之子
生年不詳
- 南北朝時期之數學家、天文學家
- 三度上疏梁武帝採用大明曆
- 父子共同用割圓術，
以正24576邊形計算圓周率
 $3.1415926 \sim 3.1415927$
- 圓周率也稱『祖率』



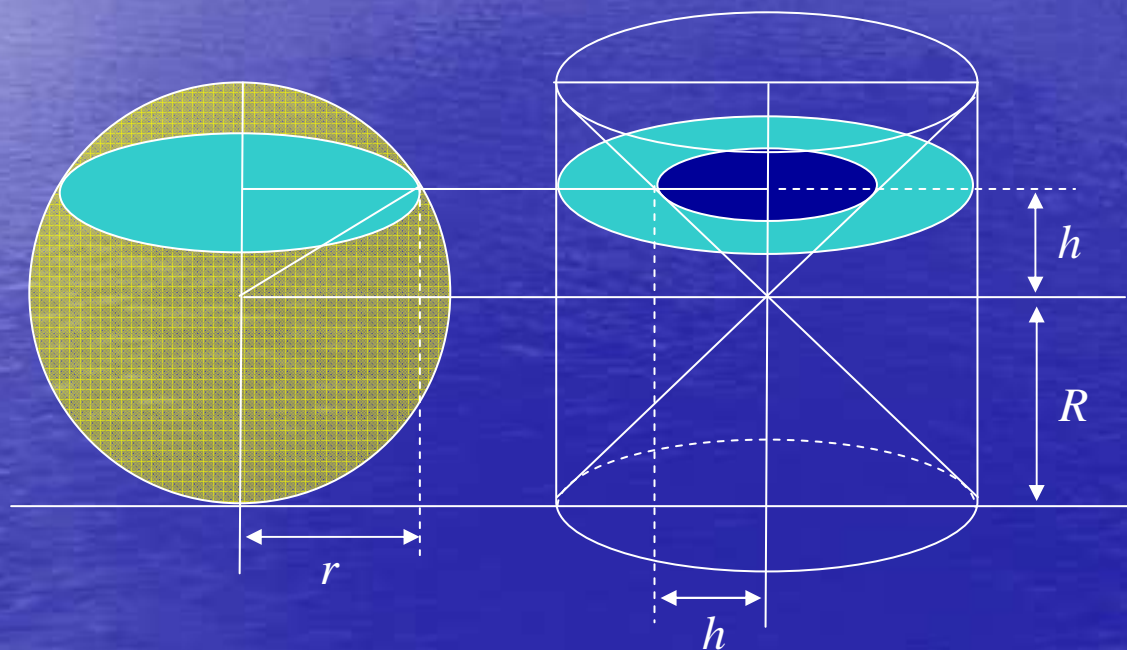
祖暅的球體積

- 父子共同發現祖暅原理(西元510年)，即等體積原理
- 魏晉時期已有劉徽提出，故亦稱劉祖原理
- 卡瓦列里在西元1635年提出
 - 義大利數學家，曾受教於伽利略
 - 被其譽為「自阿基米德以降，最懂幾何者」
 - 等體積原理：
兩物體若是在相同高度處之面積相同，則兩者的體積亦相同



祖暅的球體積

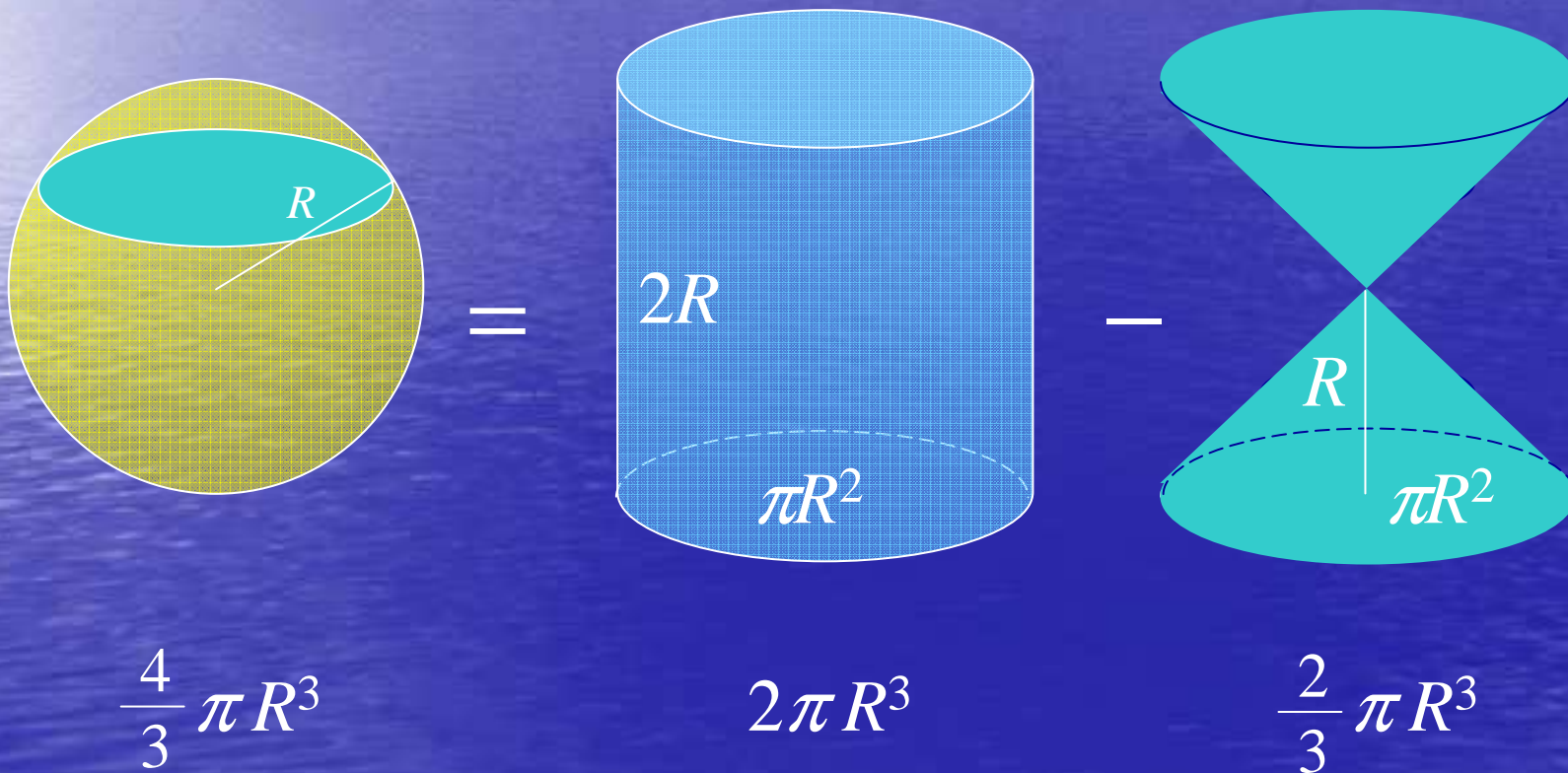
- 利用祖暅原理於球體、圓柱體與錐體求得同一高度的切片面積相等



$$\pi r^2 = \pi(R^2 - h^2) = \pi R^2 - \pi h^2$$

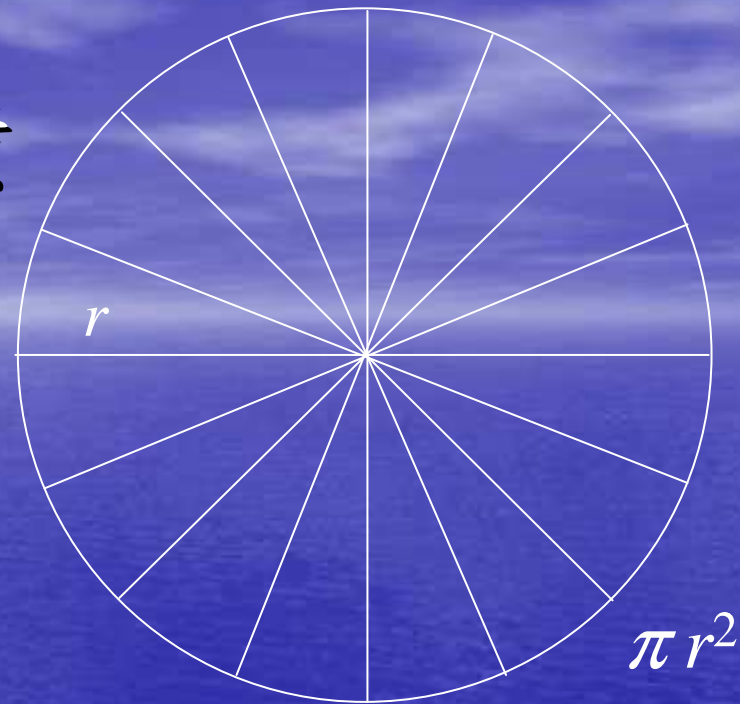
祖暅的球體積

- 球體積

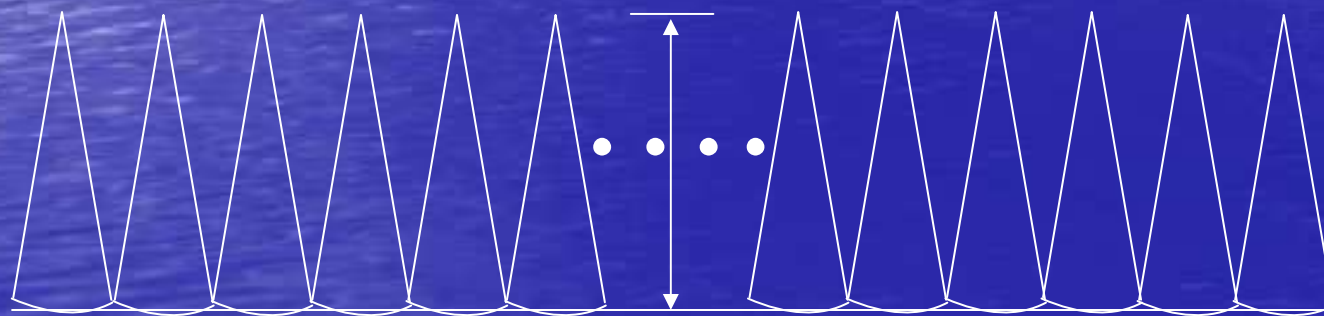


阿基米德的球面積

- 看圓面積切割
由圓心徑向切割
成極小的三角形
再攤開成一列



$$\frac{1}{2} \text{圓周長} \times r = \text{圓面積}$$

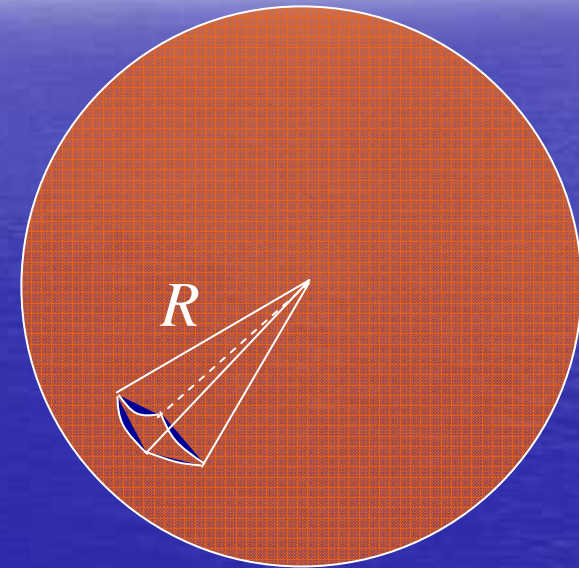
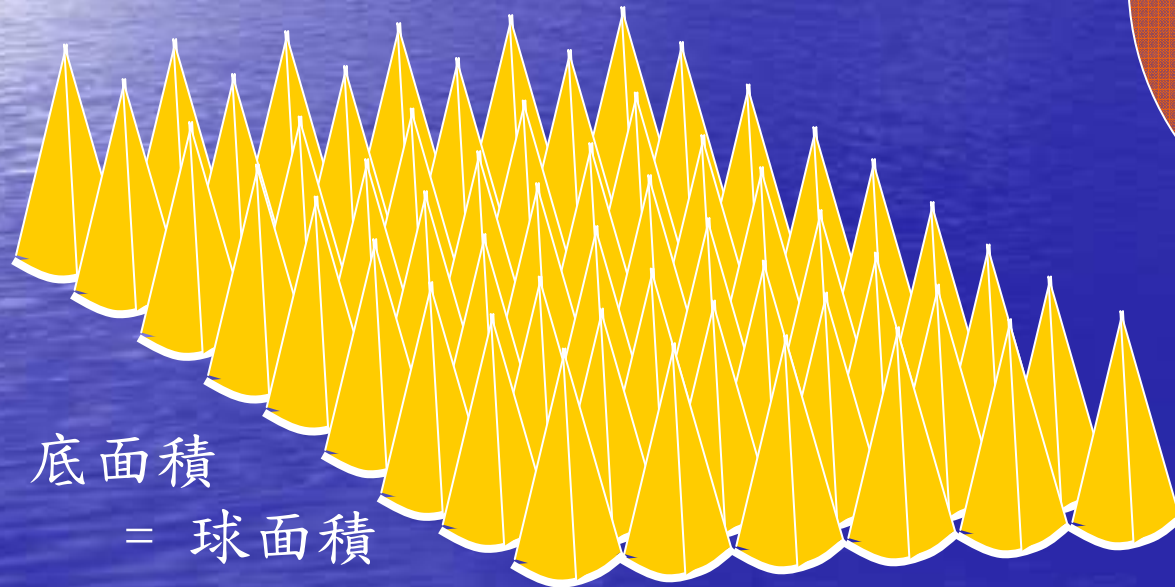


底為圓周長 $2\pi r$

阿基米德的球面積

- 球體切割

由球心徑向切割極小的三角錐
再攤開，如剝釋迦



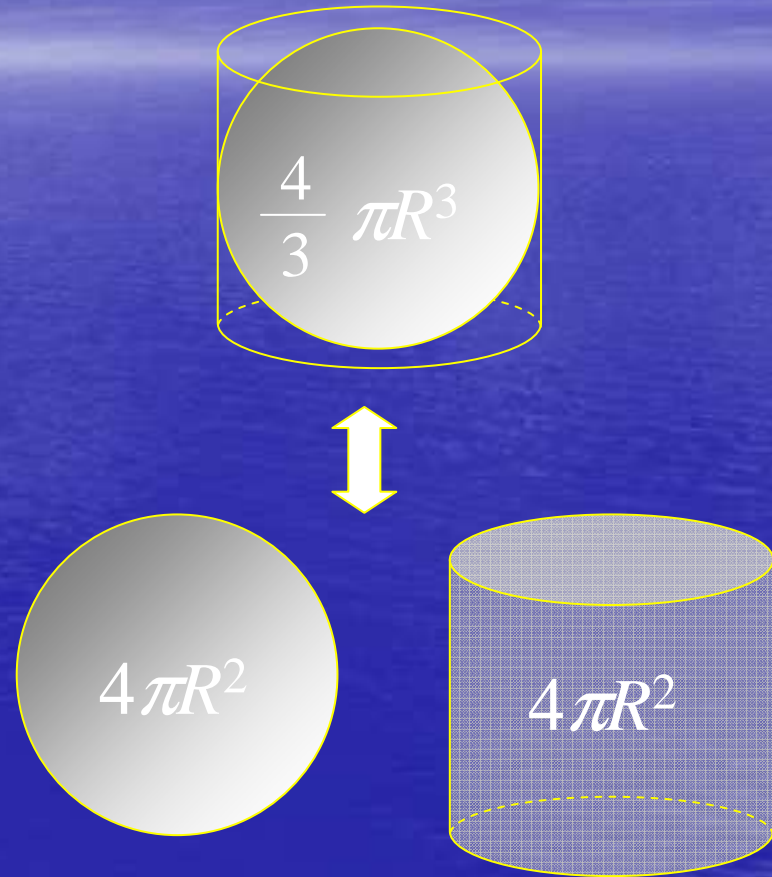
$$\frac{1}{3} \text{球面積} \times R = \text{球體積}$$

阿基米德的得意之作

- 阿基米德墓碑上的圖案

$$\text{球體積} = \frac{2}{3} \text{圓柱體積}$$

$$\text{球面積} = \text{圓柱側面積}$$



球面積的應用-完美的對稱

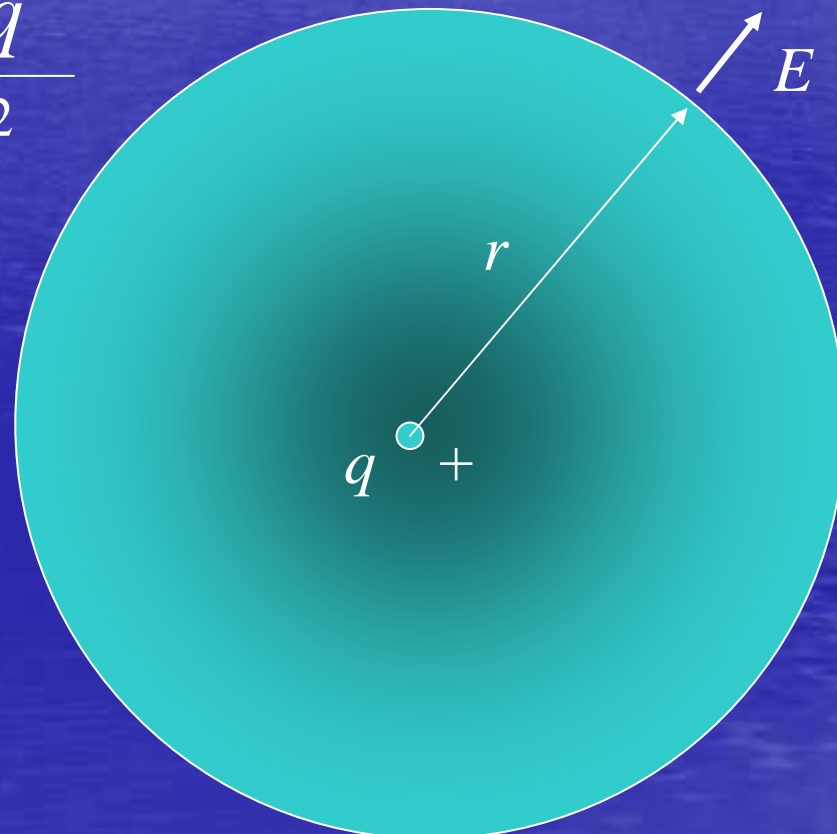
- 太陽每秒散發的光能
 - 地球大氣層外每秒每平方米接收太陽能1367焦耳
 - 地球與太陽的距離1億5千萬公里(m)
 - 太陽每秒發散光能= $4\pi(1.5 \times 10^9)^2 \times 1367$ 焦耳



球面積的應用-完美的對稱

- 與點電荷 q 相距 r 處的電場強度 E

$$E = \frac{q}{4\pi r^2 \epsilon_0} = \frac{kq}{r^2}$$



想一想

- 阿基米德如果到過中國，那是什麼朝代？
- 什麼樣的教育造就阿基米德的成就？
- 阿基米德如何用槓桿原理求球體積？
- 還有誰研究過球體積？用什麼方法？
- 阿積米德如何用微積分的觀念求球面積？
- 球面積有什麼應用？